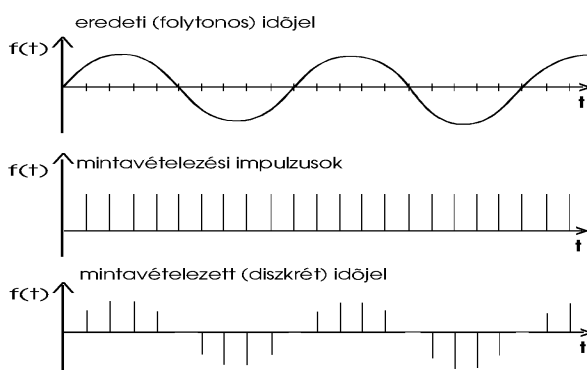


Az alulmintavételezésből adódó jelhiba

Szerző: Rahne Eric, okl. Villamosmérnök

Copyright © PIM Professzionális Ipari Méréstechnika Kft.

Az analóg mérés technika alkalmazása esetén figyelembe veendő szempontokon túl a digitális tech-nikával történő méréseknél a jelek digitalizálásából adódó sajátosságokat is szem előtt kell tartani. Főleg az ún. Aliasing-effektus - a jel alulmintavételezéséből adódó hiba - jelent nagy problémát:



1-es ábra

Az analóg (folytonos) jel - példaként egy f_{szinus} -frekvenciájú szinuszjel - legyen a $t_n = n \cdot T_{\text{minta}}$ időpontokban mintavételezve. A mintavételezési frekvencia $f_{\text{minta}} = 1 / T_{\text{minta}} \gg f_{\text{szinus}}$ választása esetén a szinuszjel - a mintasorozatból rekonstruálva - jól felismerhető. Az első ábra ezt szemlélteti.

A digitalizált jel felismerhetősége viszont nem mindig garantált. Az analóg jelek digitális rögzítésének legfontosabb feltétele a Shannon-tétel (= mintavételezési törvény) betartása, miszerint a mintavételezési frekvencia (f_{minta}) a jelben található legmagasabb frekvenciájú komponens frekvenciájának ($f_{\text{jel-max}}$) legalább a kétszerese legyen.

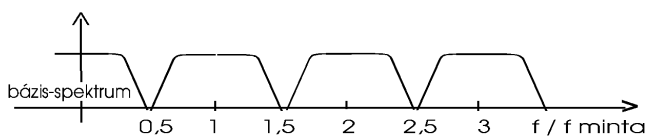
A Shannon-tétel egyenlettel kifejezve: $f_{\text{minta}} \geq 2 \cdot f_{\text{jel-max}}$

E tétel figyelmen kívül hagyásakor az ún. Aliasing-effektusok lépnek fel, ami nem más, mint a jel alulmintavételezéséből adódó meghamisítása: egy a valóságban magas frekvenciájú jel alacsonyabb frekvenciájú jelként jelenik meg a digitalizálás után.

Az Aliasing-effektus oka

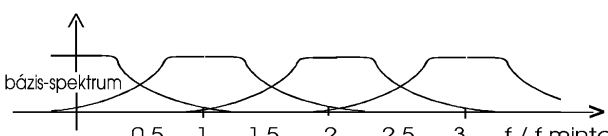
A disztribútor-elmélet és a Fourier-transzformáció tulajdonságai alapján levezethető, hogy egy diszkrét (eredetileg folytonos jelből mintavételezéssel nyert) jel spektrálfüggvénye végtelen ciklikus (periodikus). A frekvenciatartomány (az A/D-átalakítás előtti analóg komponensek együttes sáv szélessége) leképzése nemcsak szimmetrikusan az $f = 0$ Hz -es frekvencia körül - az ún. bázis-spektrumként, hanem tükrös szimmetrikusan a mintavételezési frekvencia és harmonikusai (többszörösei) körül is történik.

Abban az esetben, amikor a folytonos jelnek nincsenek $f_{\text{minta}} / 2$ -nél nagyobb frekvenciájú komponensei, a 2-es ábrán szemléltetett spektrálfüggvény alakul ki.



2-es ábra

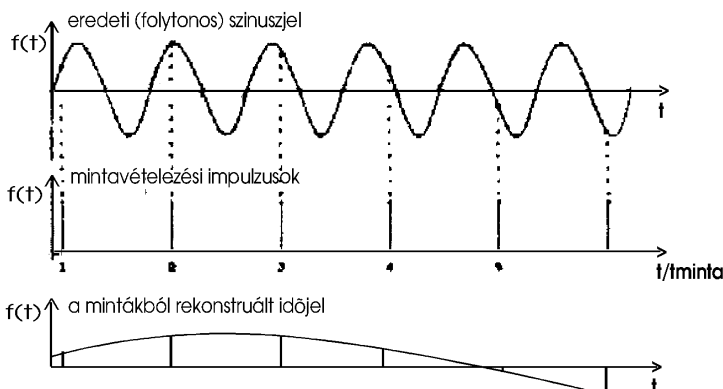
Ha viszont az említett $f_{\text{minta}} / 2$ -nél magasabb frekvenciájú komponensek is szerepeltek a minta-vételezett folytonos jelben (vagy maga a jel alapfrekvenciája a mintavételezési frekvencia kétszeresénél nagyobb), a 3-as ábrán látható spektrálfüggvény alakul ki. Jól láthatók a bázis-spektrum és a mintavételezési frekvencián és többszörösein található spektrum-leképzések közötti átfedés. Ennek eredményeként a mintavételezési frekvencián ill. többszörösein leképzett spektrumok magasabb frekvenciájú komponenseinek leképzése a bázis-spektrumban történik ill. az ehhez a bázis-spektrumhoz tartozó magasfrekvenciájú komponensek más spektrum-leképzésekbe is átkerülnek.



3-as ábra

A digitális jeltörzítés eredménye - a digitalizált diszkrét jelminták sorozata - nem más, mint a bázis-spektrum információtartalma. Ebből kifolyólag a jel rekonstruálásánál (grafikus megjelenítésénél, matematikai kiértékelésénél, frekvenciatartománybeli analízisének) szerepet játszanak a mintavételezési frekvencia többszörösein levő spektrum-leképzések magasabb frekvenciájú komponensei is, ha a leképzésük a bázis-frekvenciasávba esik. Más szavakkal: Az $f_{\text{minta}} / 2$ -nél magasabb frekvenciájú jelkomponensek leképzése alacsonyabb frekvenciájú komponensek frekvenciatartománybeli helyein történik és emiatt a jelrekonstrukciónál nemlétező alacsonyfrekvenciás jelkomponensek jelennek meg. Ezt a jelmeghamisítási problémát Aliasing-effektus-nak hívják és az ebből adódó hibák a digitális jeltörzítés után már nem korrigálhatók és mind az időtartománybeli mind a frekvenciatartománybeli analíziseknél jelentkeznek.

Egy Aliasing-problémákra visszavezethető jellegzetes hibát mutat a 4-es ábra.



4-es ábra

Az említett hibák kiküszöbölése érdekében a következő megoldások lehetségesek:

- aluláteresztő szűrővel a frekvenciasáv korlátozása a mintavételezés előtt $f_{\text{max}} \leq f_{\text{minta}} / 2$ -re (Anti-Aliasing-szűrő alkalmazása)
- olyan érzékelő alkalmazása, melynek határfrekvenciája $f_{\text{max}} \leq f_{\text{minta}} / 2$

Az Anti-Aliasing-szűrő alkalmazásával elérhető frekvenciasáv-korlátozás egyben a jel/zaj-viszony javulását is eredményezi, mivel magasabb frekvenciájú zavarok nem kerülnek digitalizálásra.

Ha viszont nincs sávkorlátozott érzékelő, és aluláteresztő szűrő sincs, akkor a jó mérési eredményt csak a helyesen kiválasztott mintavételezési frekvenciával érhetjük el.